

# **L'intuition mathématique: du bébé à l'adulte**

Véronique Izard

Laboratoire Psychologie de la Perception,  
CNRS & Université Paris Descartes

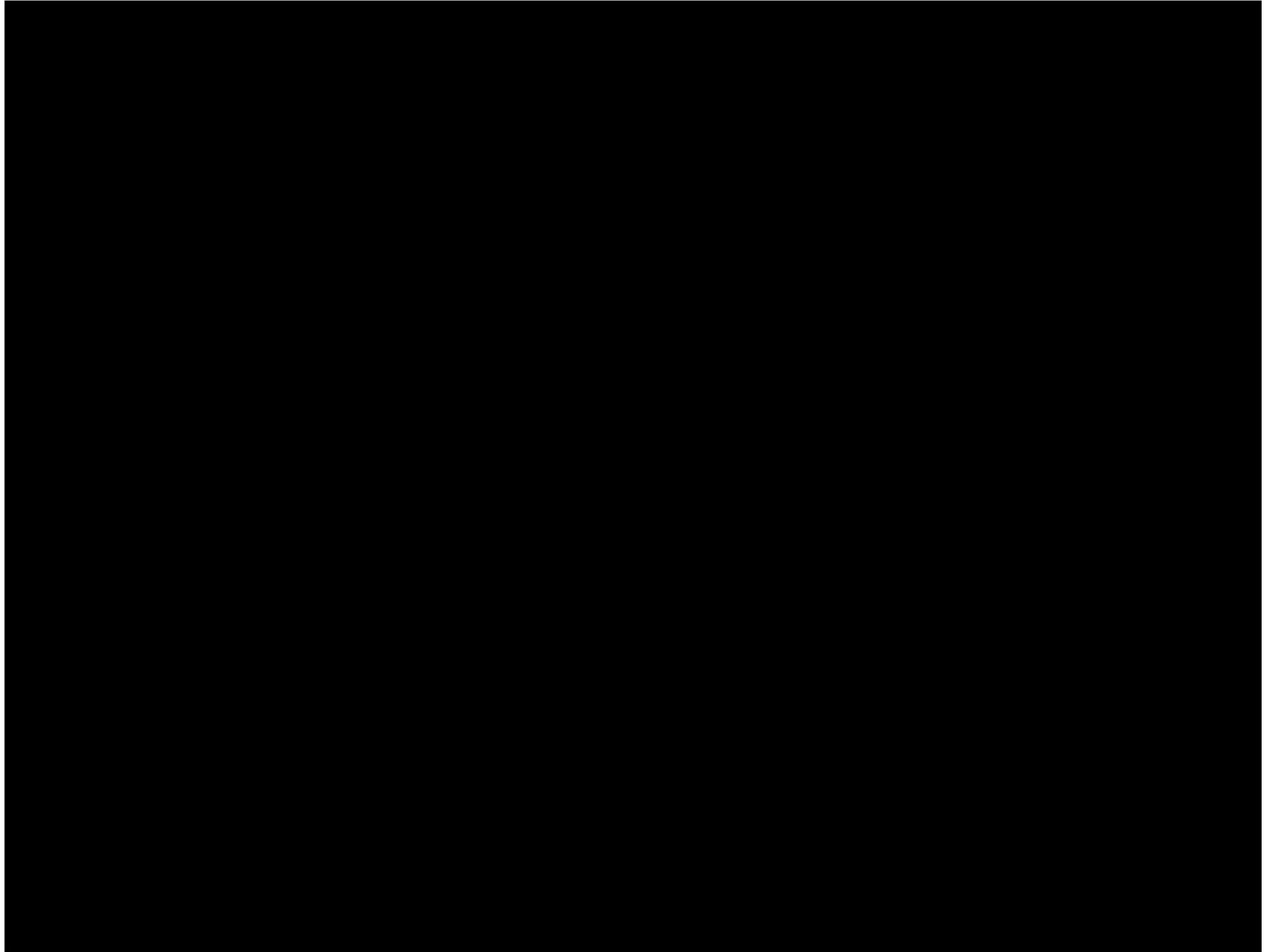
# Notre salle d'observation à la Maternité Aline de Crepy, Hôpital Bichat (Paris)

Le nouveau-né est positionné à 40 cm de l'écran de présentation des stimuli, sur un siège incliné.



Participant âgé de 30 heures explorant un stimulus visuel sur l'écran

Familiarisation (son seul): 2min; Test (images): variable jusqu'à 60s



[Izard, Sann, Spelke, & Streri, PNAS 2009]

# But scientifique

Le nouveau-né est-il capable de détecter des correspondances numériques entre des séquences sonores, et des images visuelles?

## Sources intuitives de la pensée mathématique

**Existe-t-il des systèmes de représentations ayant un contenu mathématique, indépendamment d'un apprentissage formel?**

- Qui encodent des aspects du monde ayant fait l'objet de formalisation en mathématique (nombre, géométrie...) de manière **abstraite**, indépendamment d'autres aspects qui ne sont pas pertinents pour les mathématiques (taille des objets, matériau...)
- Qui permettent de réaliser des **inférences** suivant les lois et théorèmes des mathématiques.

# Représentation de la numérosité abstraite chez le nouveau-né



## Familiarisation (120 s)

« tuuuuu–tuuuuu–tuuuuu–tuuuuu »

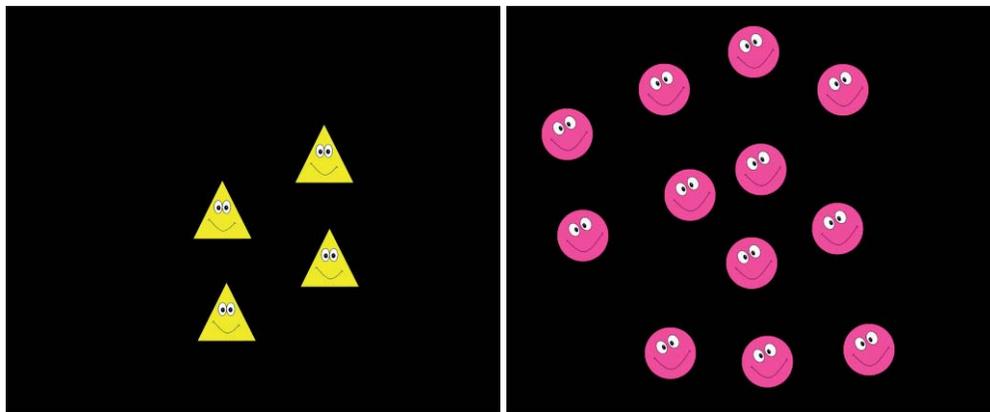
« raaaaa–raaaaa–raaaaa–raaaaa »

*or*

« tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu »

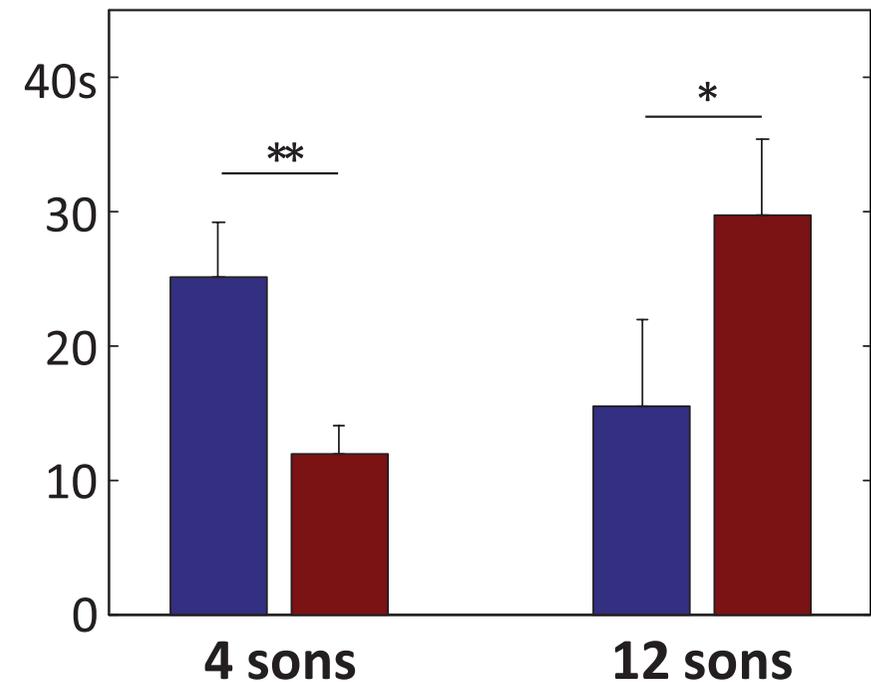
« ra-ra-ra-ra-ra-ra-ra-ra-ra-ra-ra »

## Test (4 essais)



## Temps de regard

■ Test avec 4 ■ Test avec 12

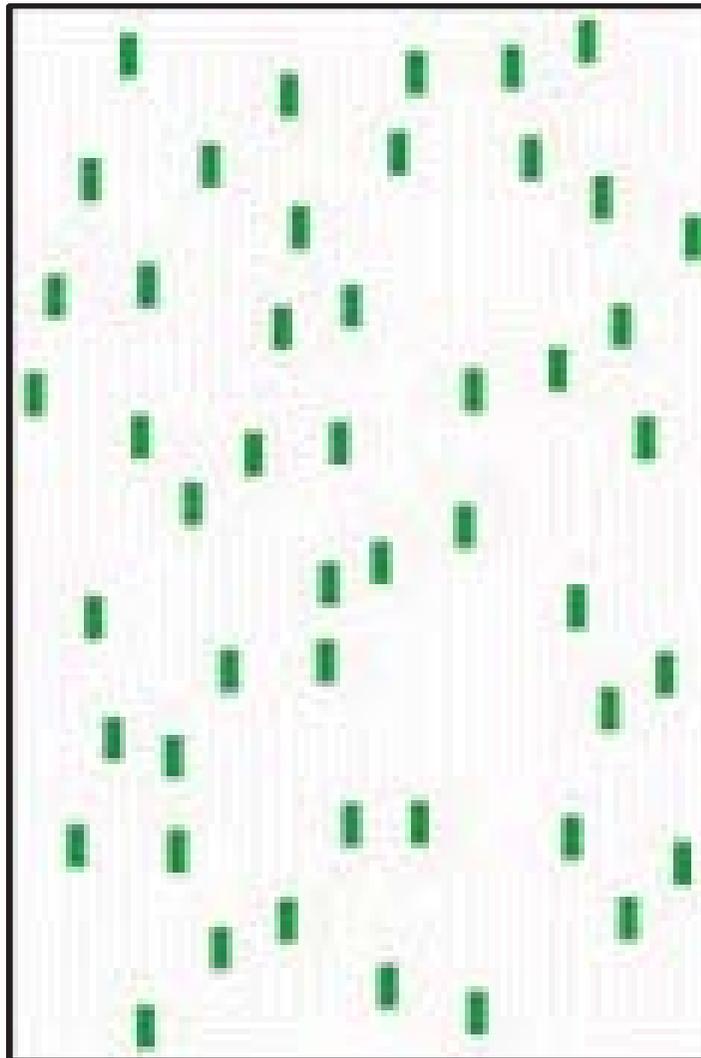


4vs12 ✓ 6vs18 ✓ 4vs8 ~

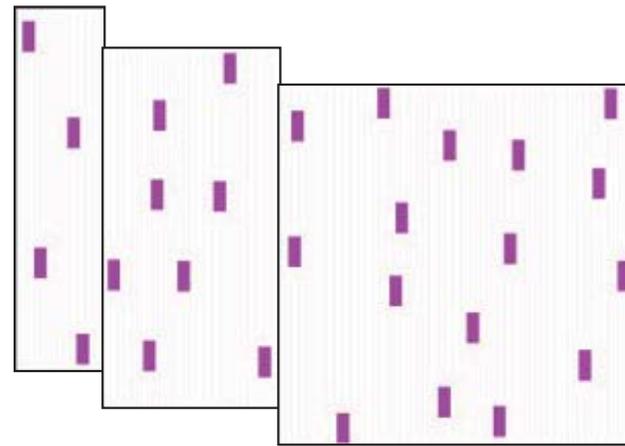
# Au-delà de l'égalité numérique: Calculs arithmétiques

- **Ordre** (7 mois)

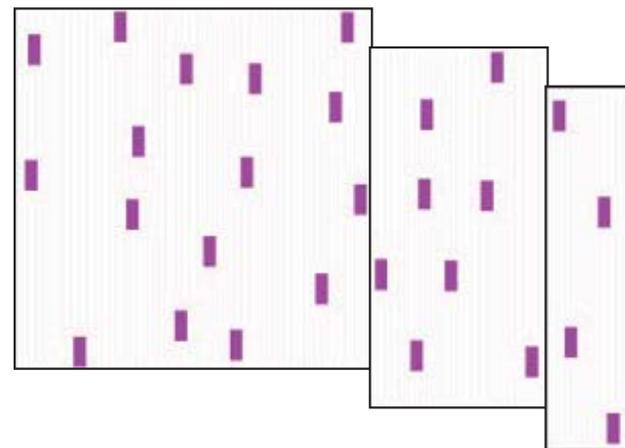
Habituation



Test

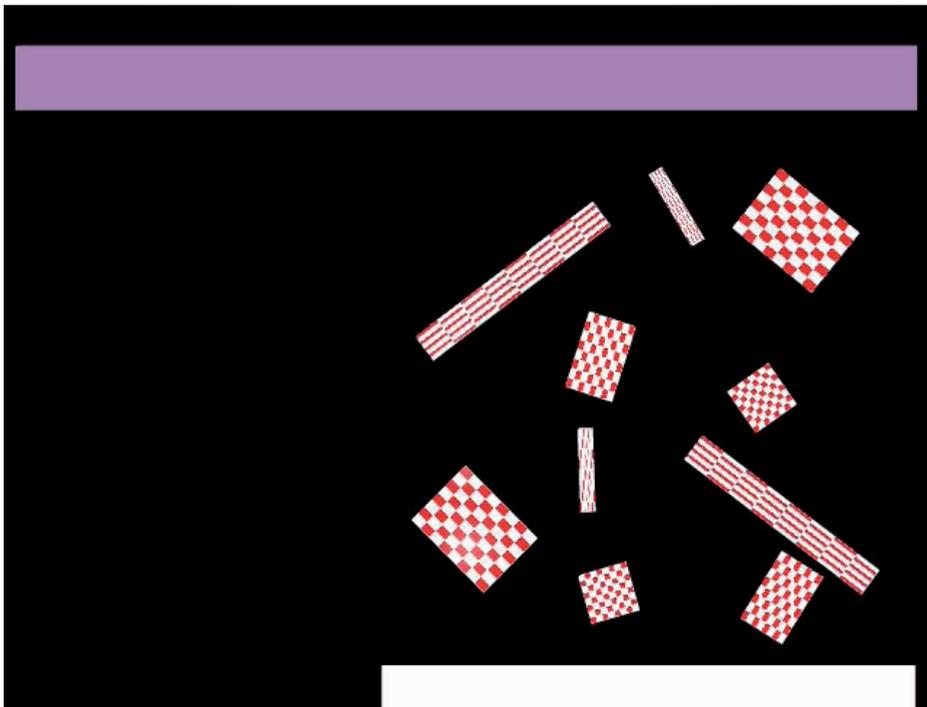


ou

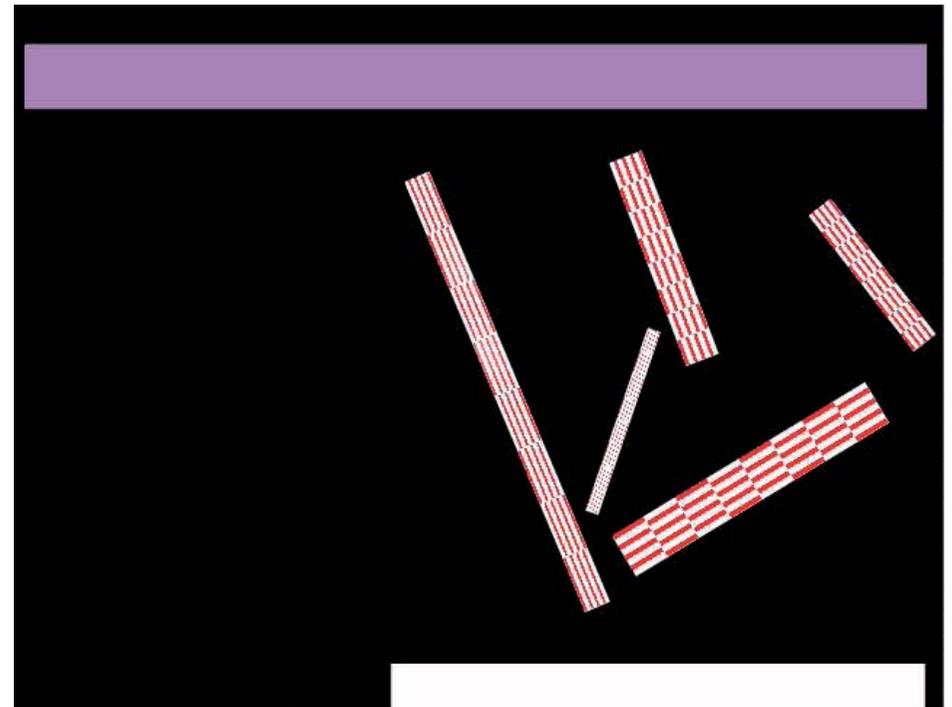


# Au-delà de l'égalité numérique: Calculs arithmétiques

- **Ordre** (7 mois)
- **Addition/Soustraction** (9 mois)

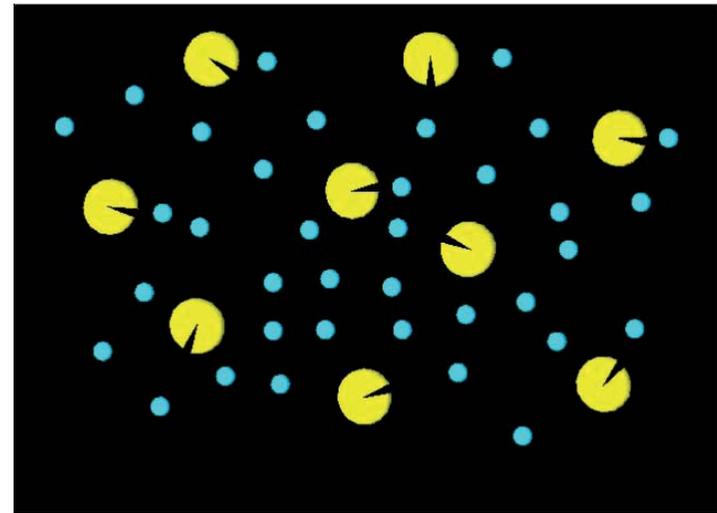
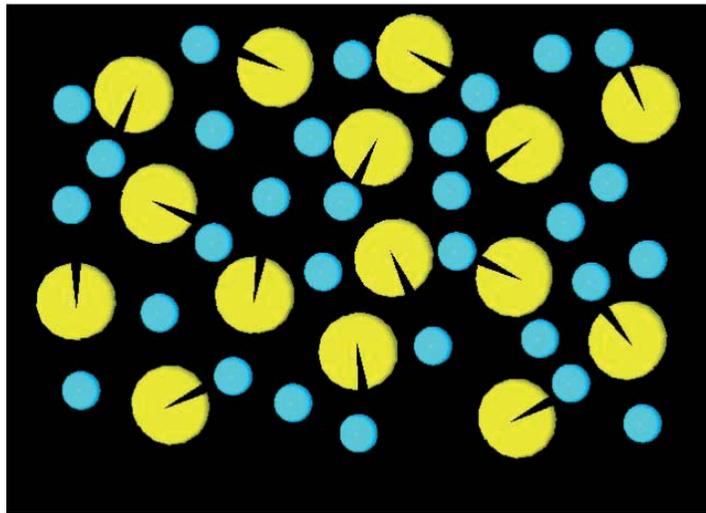


ou



# Au-delà de l'égalité numérique: Calculs arithmétiques

- **Ordre** (7 mois)
- **Addition/Soustraction** (9 mois)
- **Ratio** (6 mois)

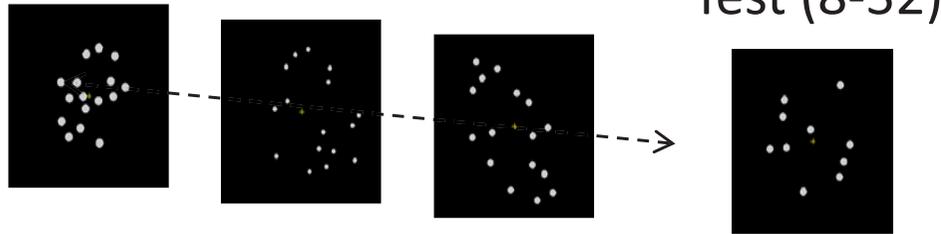


[McCrink & Wynn, Psychological Science 2007]

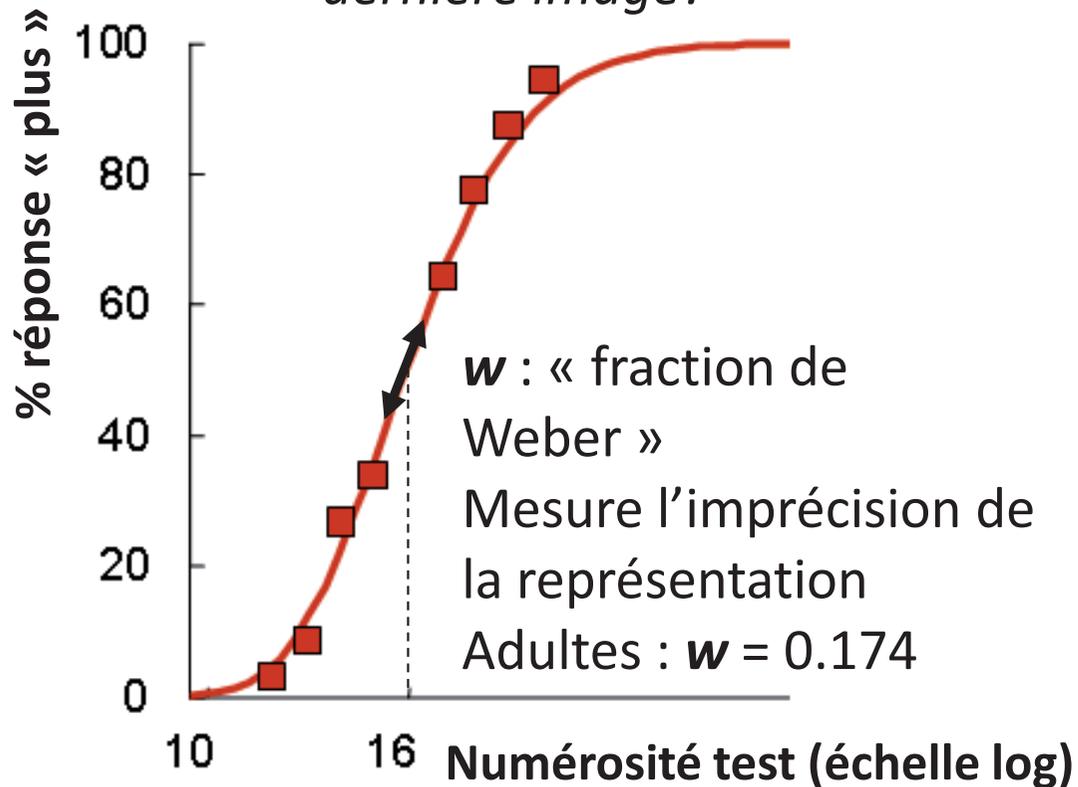
Dès la première année de vie, les nourrissons sont sensibles à la numérosité, et sont capables de réaliser des opérations arithmétiques: relation d'ordre, opérations additives, opérations multiplicatives.

# Perception de la numérosité chez l'enfant et l'adulte

3 Stimuli de référence (16)



*Y a-t-il plus ou moins de points dans la dernière image?*



[Piazza et al., Neuron 2004]

## Continuité et développement des représentations numériques

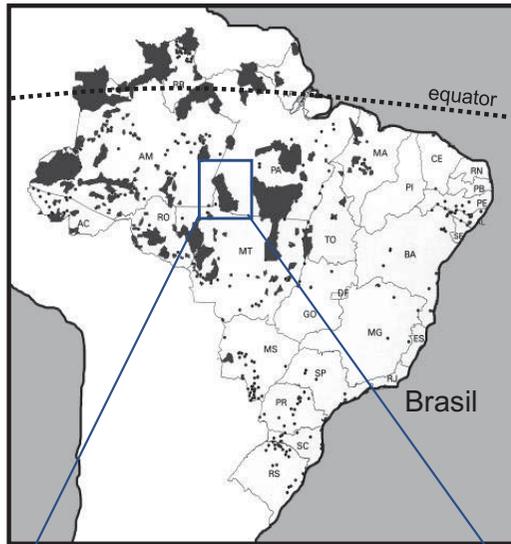
*Diminution* progressive de la fraction de Weber  $w$  (imprécision des représentations) avec l'âge: quels facteurs de développement?

[Piazza et al., Cognition 2010; Halberda et al., Developmental Psychology 2008]

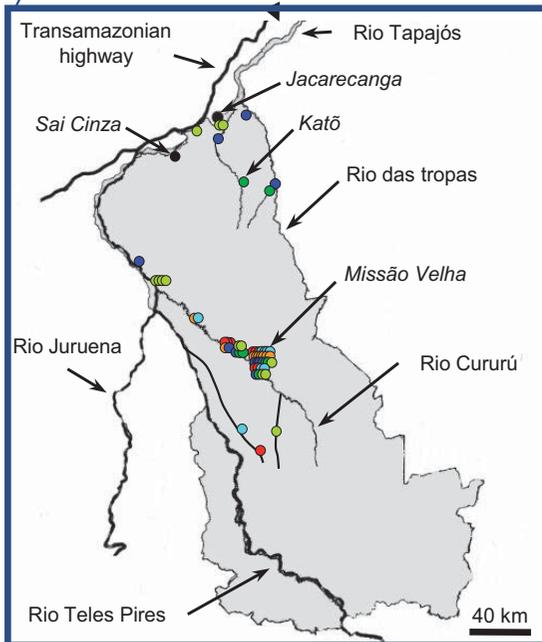
*Corrélation* entre  $w$  et la réussite en mathématiques à l'école: quel sens de causalité?

[Halberda et al., Nature 2008; Gilmore et al., Cognition 2010; ...]

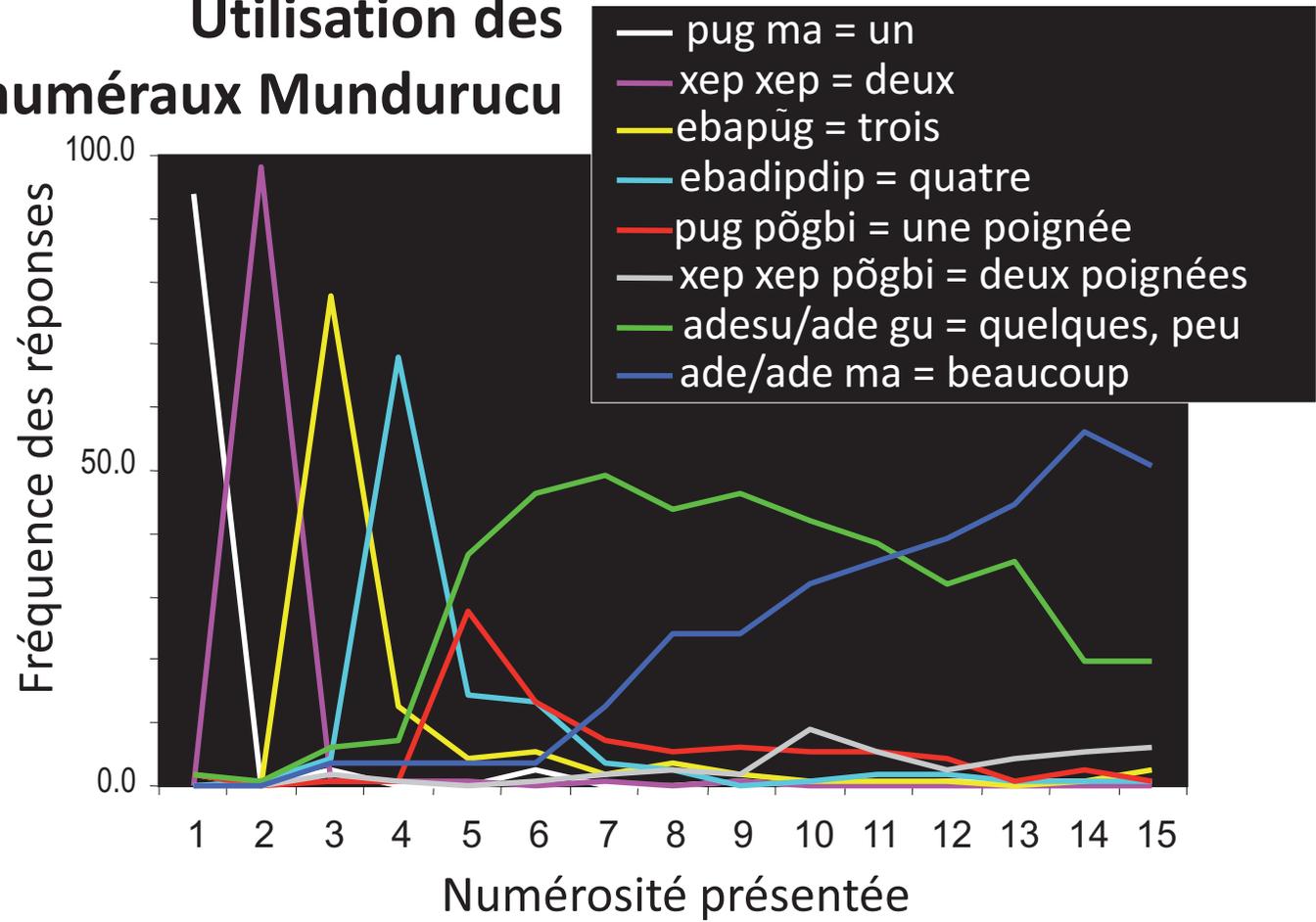
# Variations culturelles et perception de la numérosité



## Territoire Mundurucu

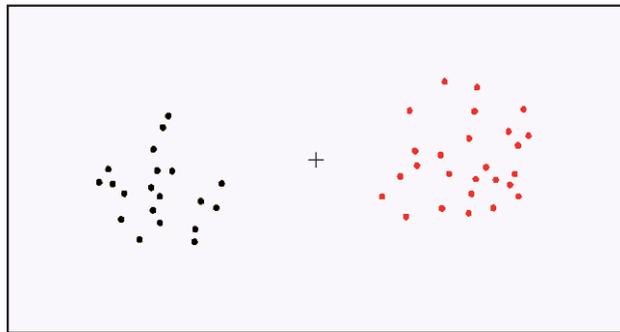


## Utilisation des numéraux Mundurucu

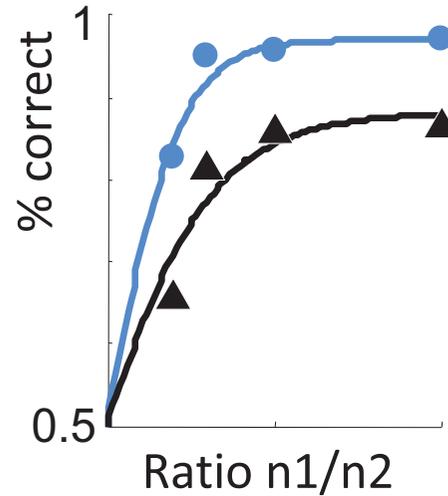


# Arithmétique des quantités approximatives chez les Mundurucu

## Comparaison

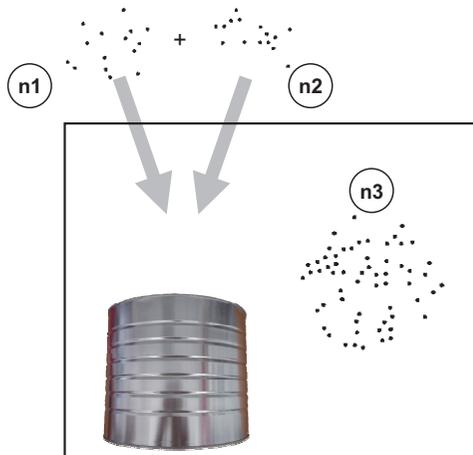


4 ratios ( $n1/n2$ ) :  
1.2 1.3 1.5 2

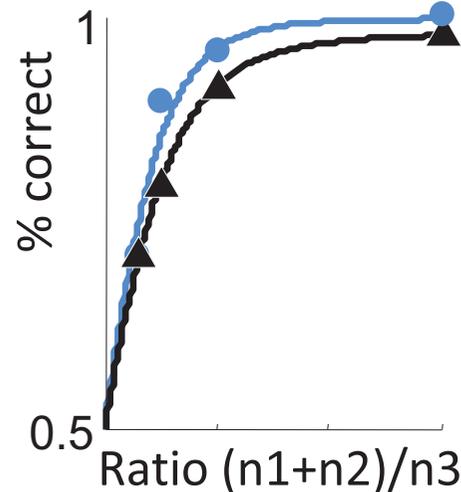


▲ Mundurucus  
● Contrôles français

## Addition et comparaison



4 ratios  $((n1+n2)/n3)$ :  
1.3 1.5 2 4

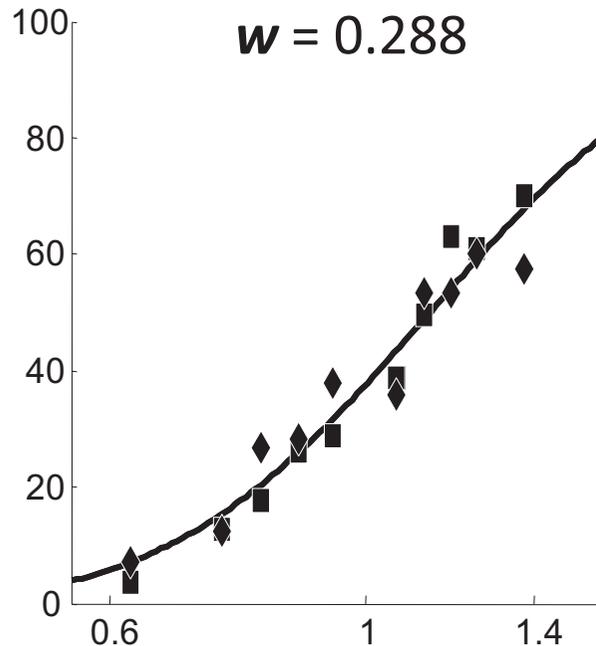


Les Mundurucus sont capables de calculs sur des numérosités situées bien au-delà de leur lexique numérique.

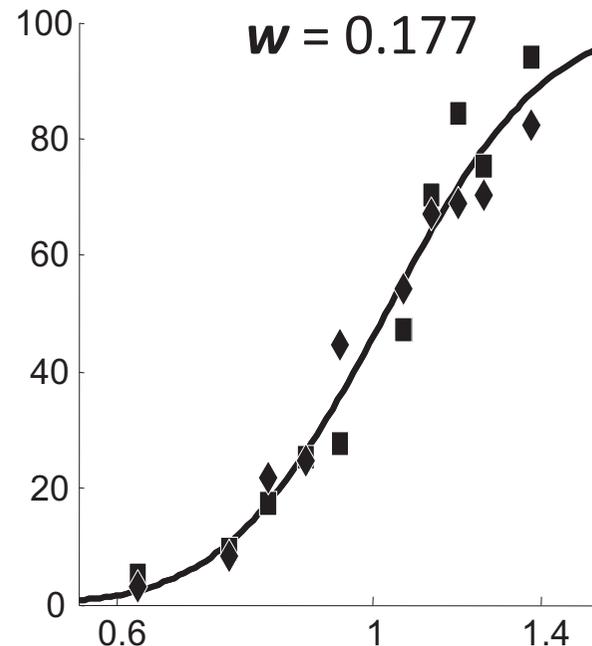
# Éducation et acuité des représentations numériques

## Test d'évaluation de la fraction de Weber ( $w$ )

**Adultes non scolarisés**  
 $w = 0.288$



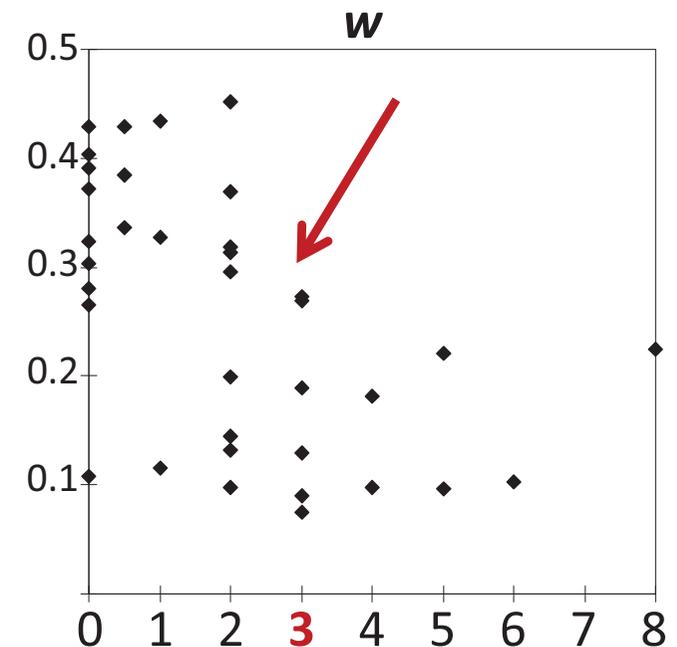
**Adultes scolarisés**  
 $w = 0.177$



Le sens des nombres est affiné chez les personnes ayant été scolarisées (en particulier en mathématiques).

## Scolarisation des Mundurucus

- Niveau 1: lecture et écriture de lettres isolées
- Niveau 2: lecture de mots et courtes phrases
- Niveau 3: Introduction des nombres et de notions d'arithmétique



# Intuitions pour l'arithmétique

La recherche a mis en évidence l'existence d'un « **sens des nombres** » et des **opérations arithmétiques**:

Observé très peu de temps après la naissance (chez le nouveau-né humain ainsi que dans d'autres espèces animales),

Présent jusqu'à l'âge adulte,

Et dans des cultures radicalement différentes,

S'affinant avec l'âge,

Entrant en jeu dans l'apprentissage des mathématiques,

Et en retour également affiné par cet apprentissage.

# Aparté philosophique



Ces découvertes de la psychologie peuvent proposer des éléments de réponses à des questions de philosophie :

## **Comment caractériser l'objet des mathématiques?**

Une formalisation inspirée d'inférences intuitives (« core knowledge ») pour lesquels notre cerveau a été préparé; systèmes sélectionnés pour leur adaptation au monde dans lequel nous évoluons.

## **Comment se fait-il que les mathématiques permettent de modéliser le monde physique ?**

Les intuitions sur lesquelles les mathématiques se basent ont été sélectionnées par l'évolution pour leur adéquation à décrire le monde physique.

## **Pourquoi avons-nous le sentiment que les mathématiques sont nécessairement vraies?**

Les mathématiques reposent sur les connaissances les plus fondamentales, celles qui seraient révisées en dernier.

# Un fondement intuitif pour la géométrie?

La **géométrie métrique** (euclidienne) repose sur les mesures d'angle, de longueur (distance).

L'accès à ces propriétés peut procurer un **avantage évolutif** dans des contextes variés:

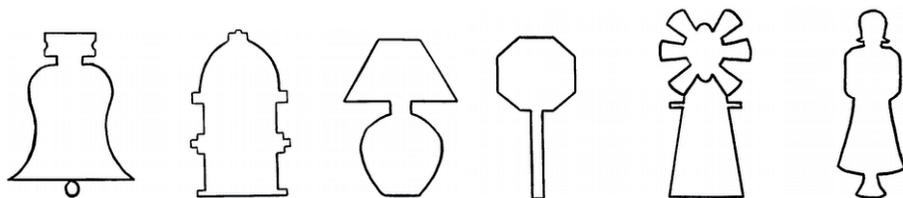
## Navigation en espace ouvert



## Navigation en espace fermé



## Reconnaissance d'objets

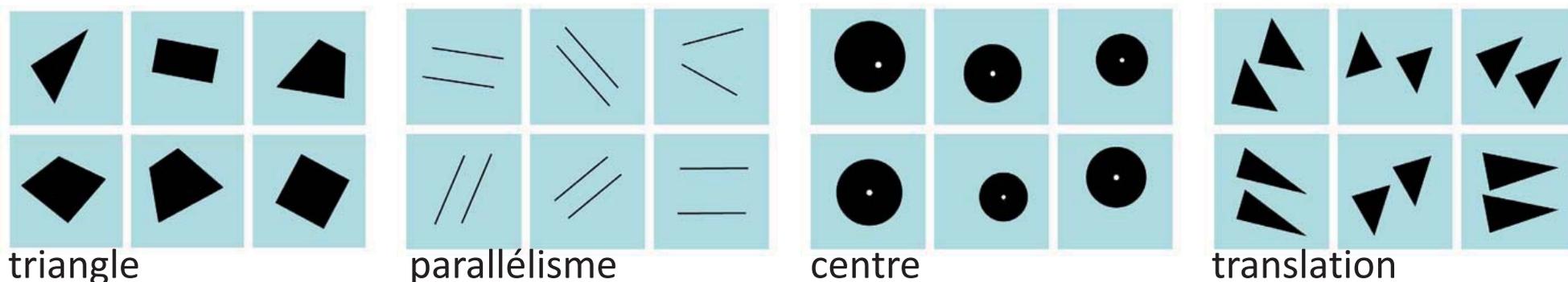


## Actions guidées par la forme



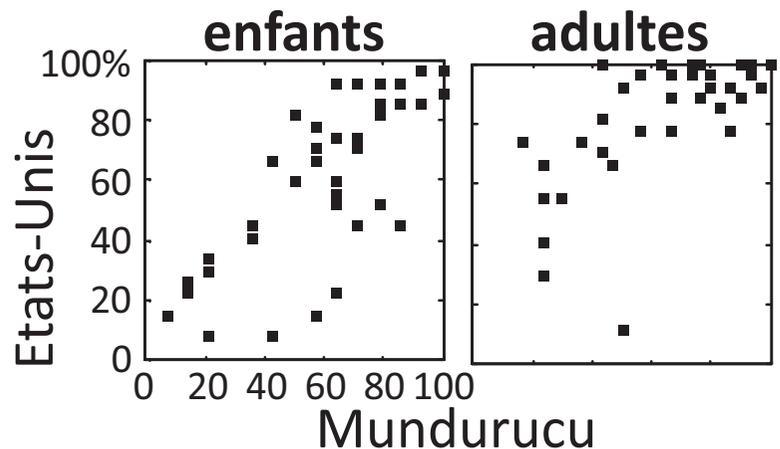
# Fondement universel pour la géométrie

Quelle forme est différente / belle / laide? (45 diapositives)

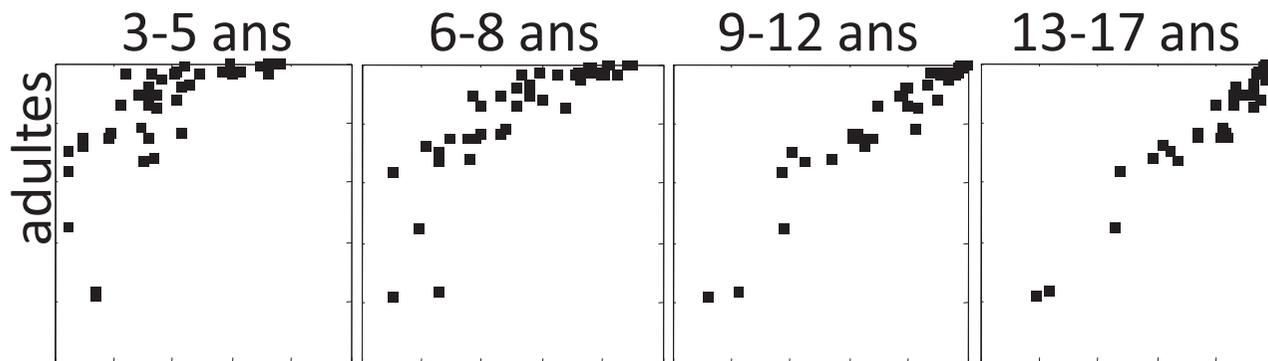


Mesure de corrélation de la performance pour des participants de culture et d'âge différents

## Mundurucu vs Etats-Unis

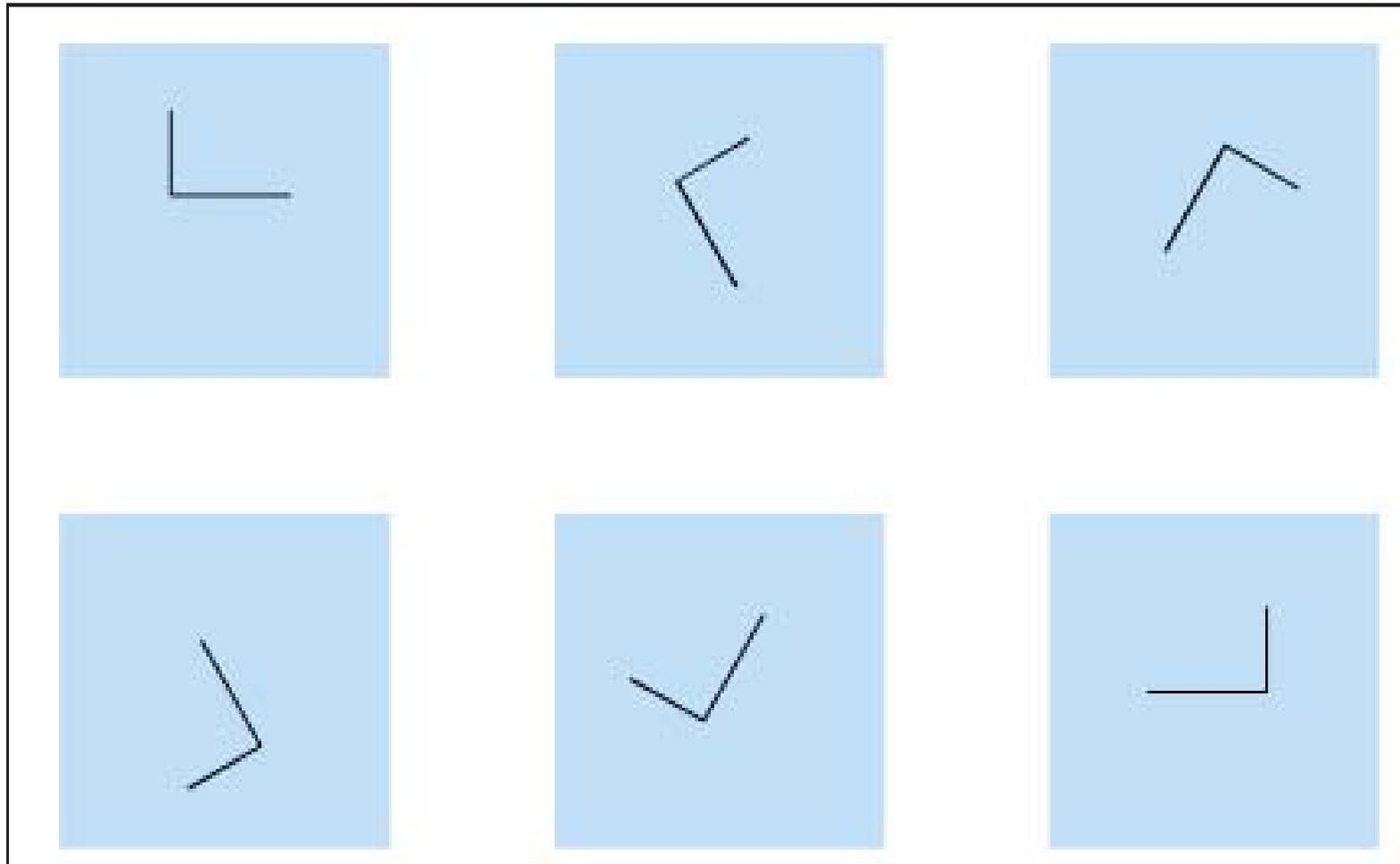


## Etats-Unis: enfants vs adultes



# Caractérisation des intuitions géométriques

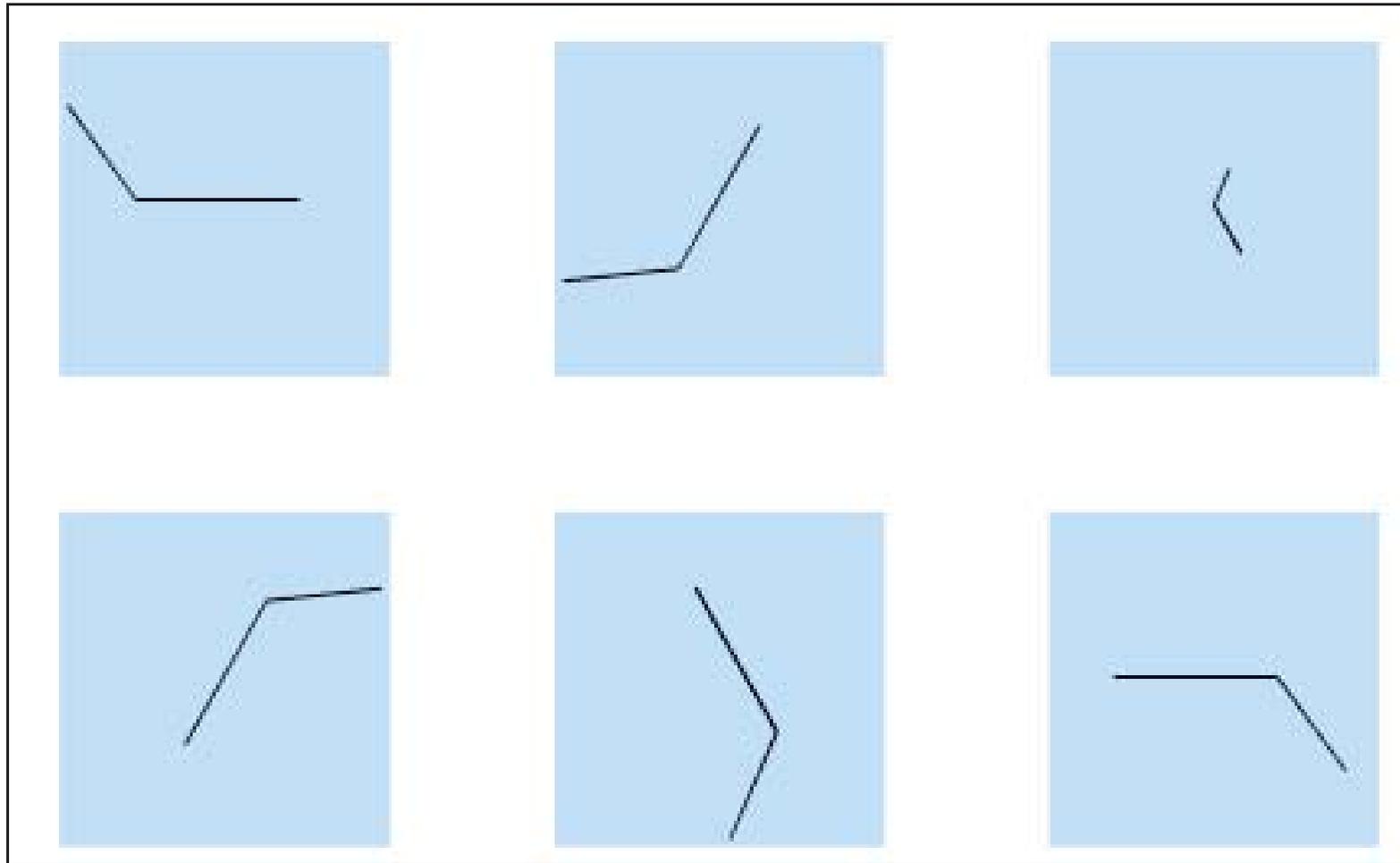
Trois propriétés fondamentales de la géométrie métrique:  
**l'angle, la longueur, le sens.**



3-18 essais par condition

# Caractérisation des intuitions géométriques

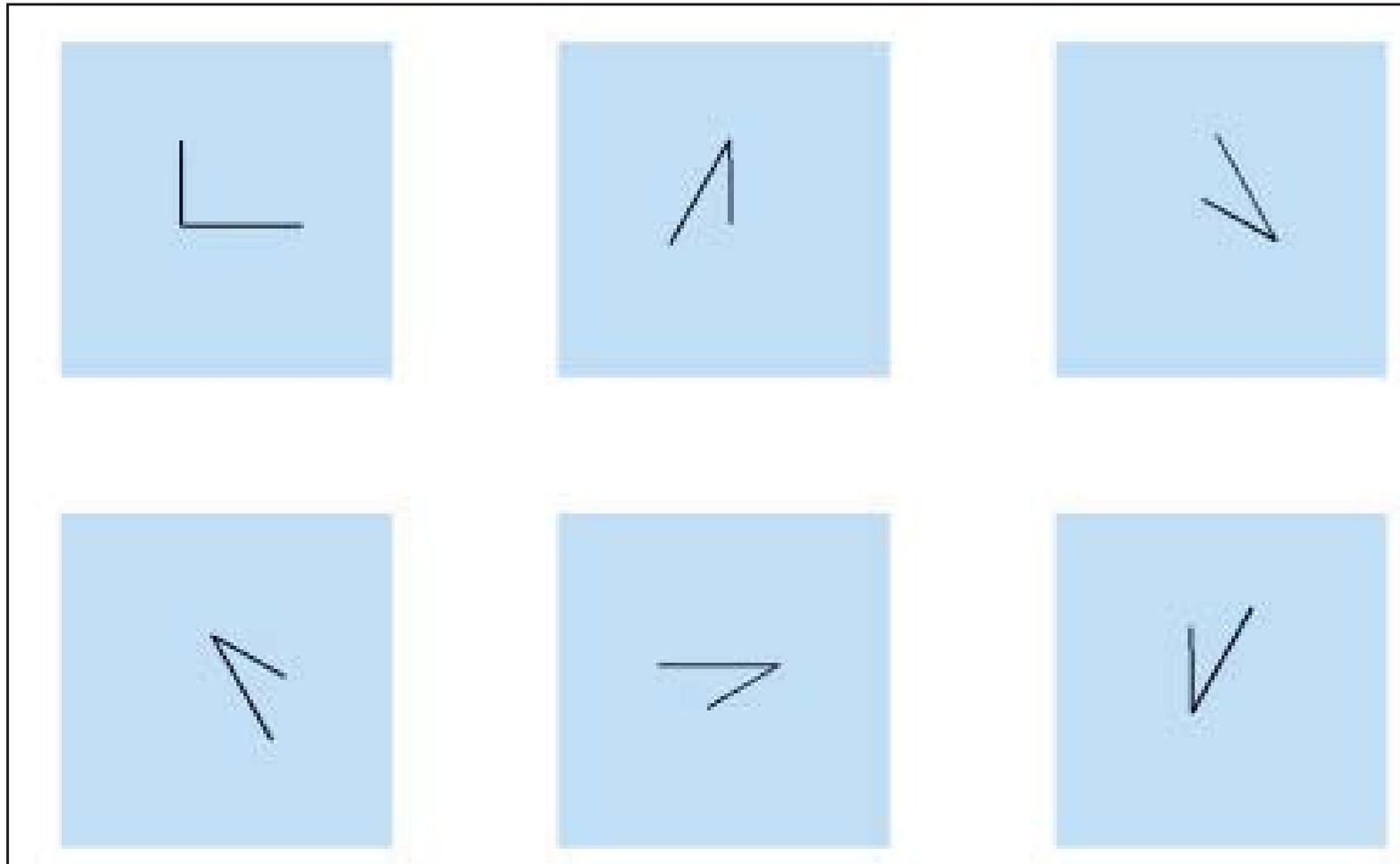
Trois propriétés fondamentales de la géométrie métrique:  
**l'angle, la longueur, le sens.**



3-18 essais par condition

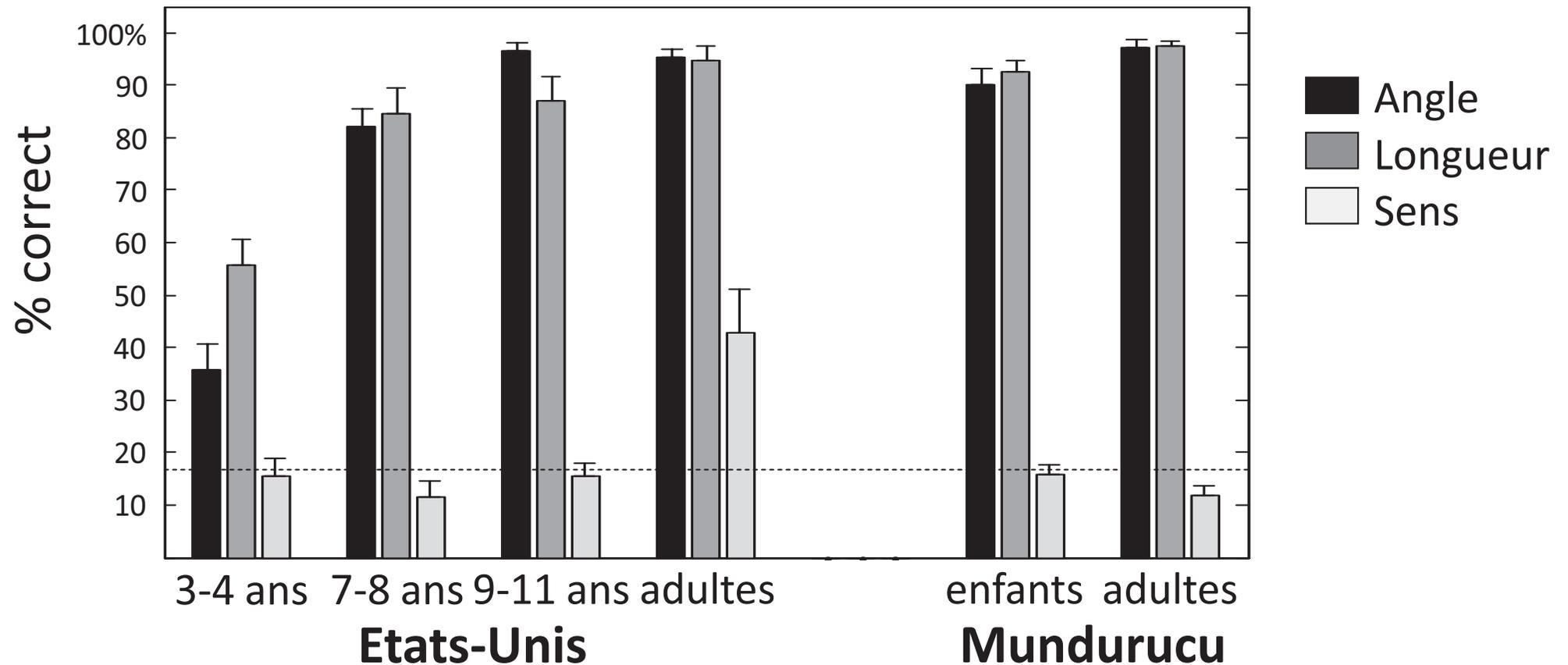
# Caractérisation des intuitions géométriques

Trois propriétés fondamentales de la géométrie métrique:  
**l'angle, la longueur, le sens.**



3-18 essais par condition

# Caractérisation des intuitions géométriques



Un tableau de performances universel et stable: dans un contexte où l'orientation et la position varient, l'angle et la longueur sont plus faciles à percevoir que le sens pour tous les participants.

# Cas d'étude: l'angle

La représentation des angles possède-t-elle toutes les propriétés démontrées à propos des intuitions numériques?

Apparition précoce

Continuité

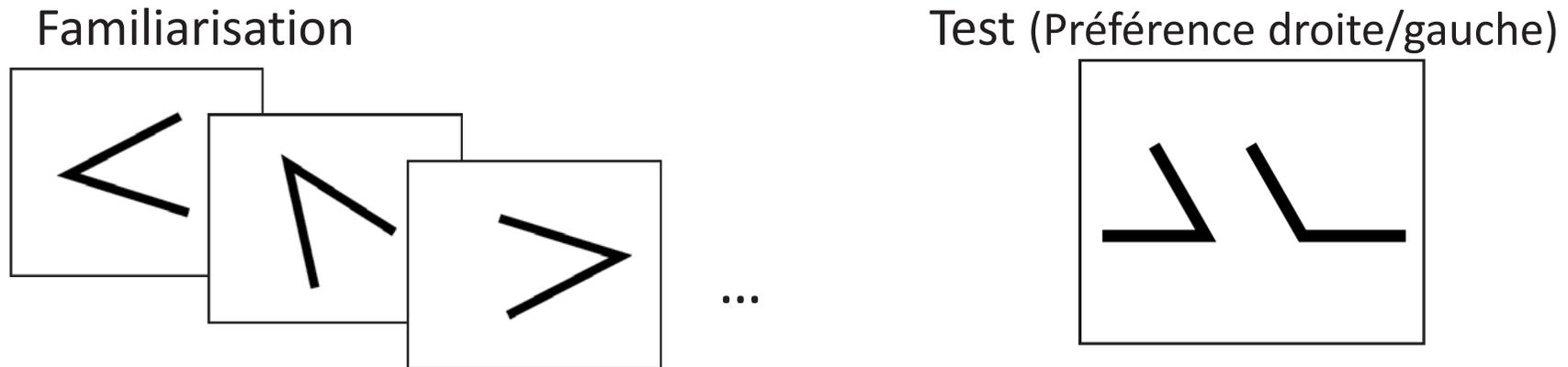
Universalité

Abstraction

Système d'inférence (calculs)

# Perception des angles à la naissance

## Angle visuel avec variation de l'orientation



[Slater, Mattock, Brown, & Bremner, J of Exper Child Psych 1991]

## Objet angulaire vs courbe à travers différentes modalités

Habituation tactile



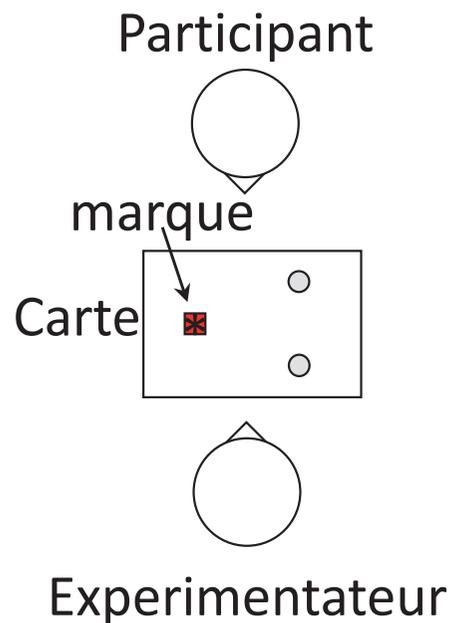
Test visuel



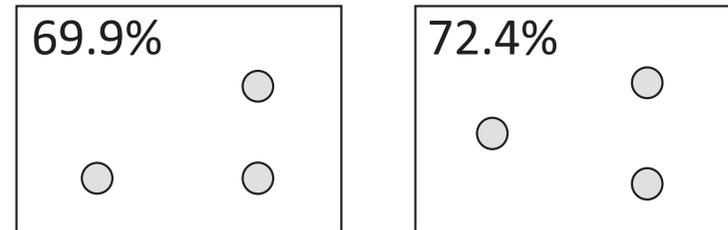
[Sann & Streri, Developmental Science 2007]

# Géométrie et abstraction: 2D vs 3D

## Tâche de lecture de carte géométrique

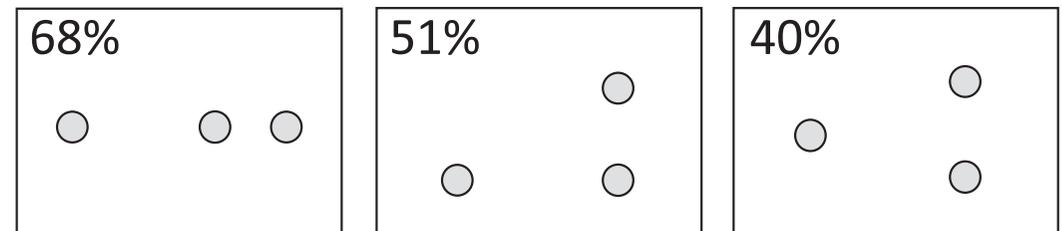


## Adultes et enfants Mundurucu (âge 5+)



[Dehaene, Izard, Pica, & Spelke, Science 2006]

## Enfants d'âge préscolaire Etats-Uniens (âge 48-55 mois)

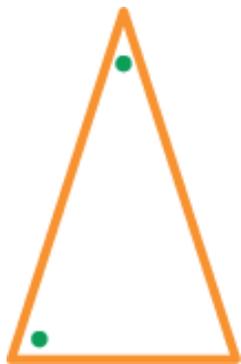
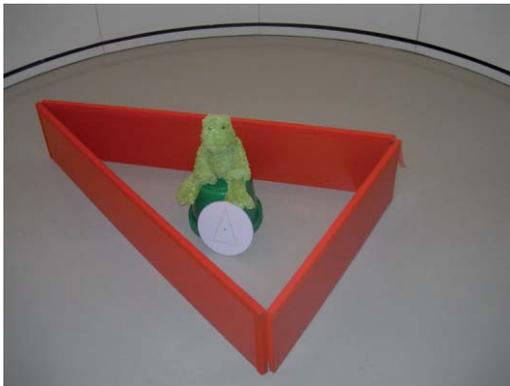


[Shusterman, Lee & Spelke, Developmental Science 2008]

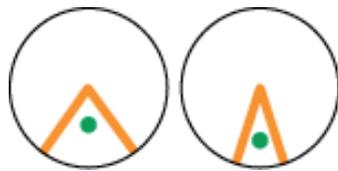
Les Mundurucu comme les jeunes enfants sont capable de détecter les correspondances géométriques entre une carte 2D et un arrangement 3D.

# Abstraction des angles

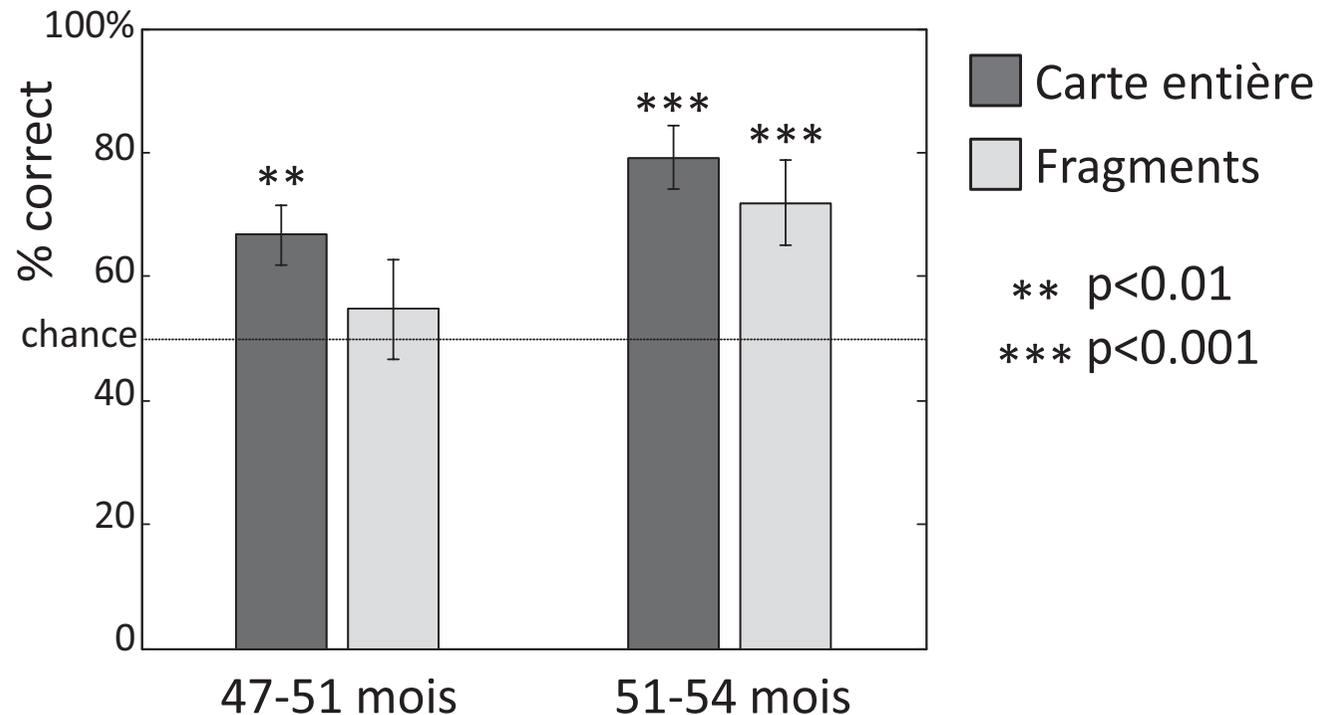
## Isolement de l'angle: lecture de carte fragmentée



Carte entière



Fragments  
de carte

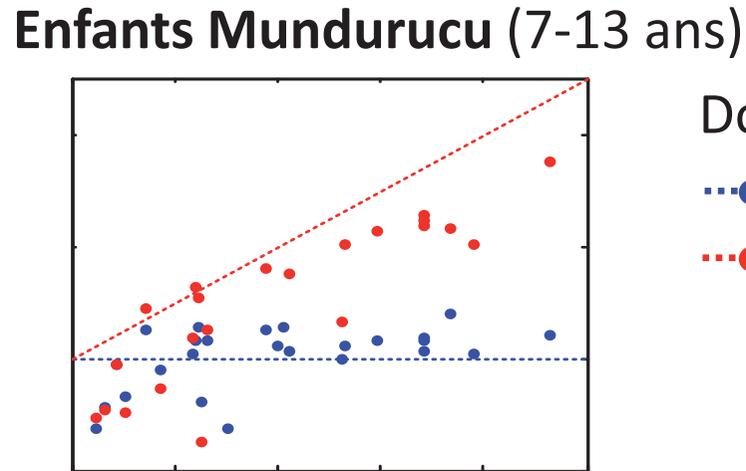
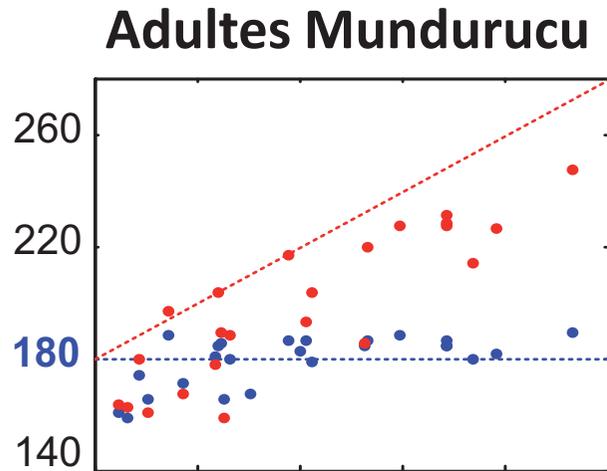


Une représentation abstraite des angles commune aux stimuli en 2 et 3 dimensions émerge au cours de la 5<sup>e</sup> année.



# Calcul géométrique: Troisième angle d'un triangle

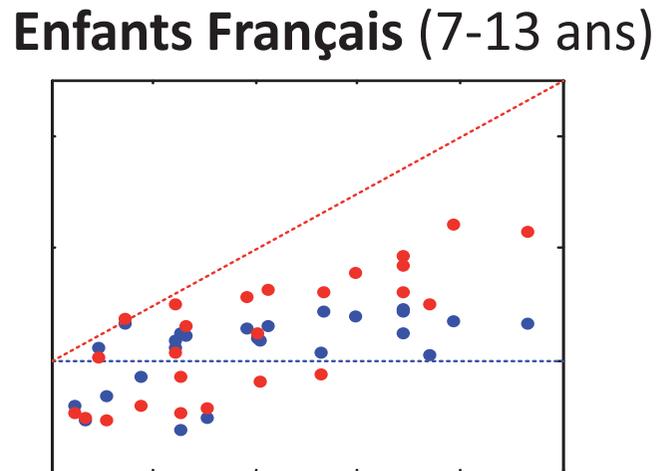
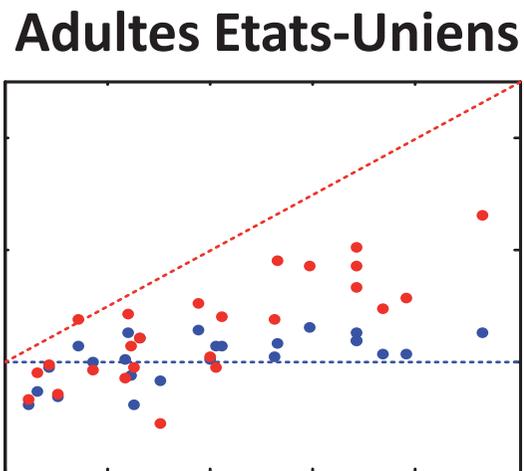
## Somme des angles (avec angle estimé par les participants)



Données et prédictions

● plan

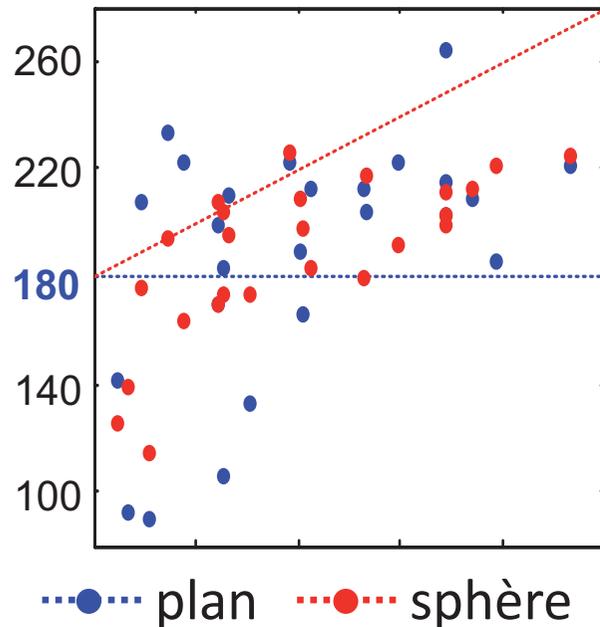
● sphère



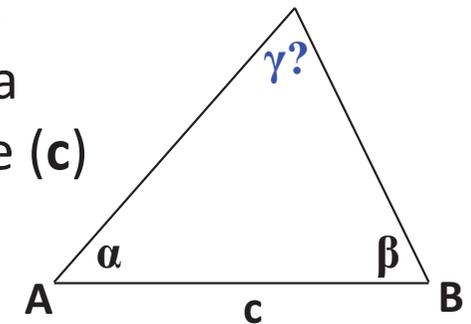
Les estimations des quatre groupes suivent les lois de la géométrie Euclidienne.

# Calcul géométrique: Troisième angle d'un triangle

## Enfants États-Uniens (5-6 ans)



Contrairement aux lois de la géométrie, les prédictions des jeunes enfants s'appuient exclusivement sur la longueur de la base du triangle ( $c$ ) que ce soit sur le plan ou sur la sphère.



Cette heuristique est présente également chez les plus jeunes du groupe d'enfants français.

La capacité de réaliser des calculs géométriques sur les angles est présente de manière **universelle**.

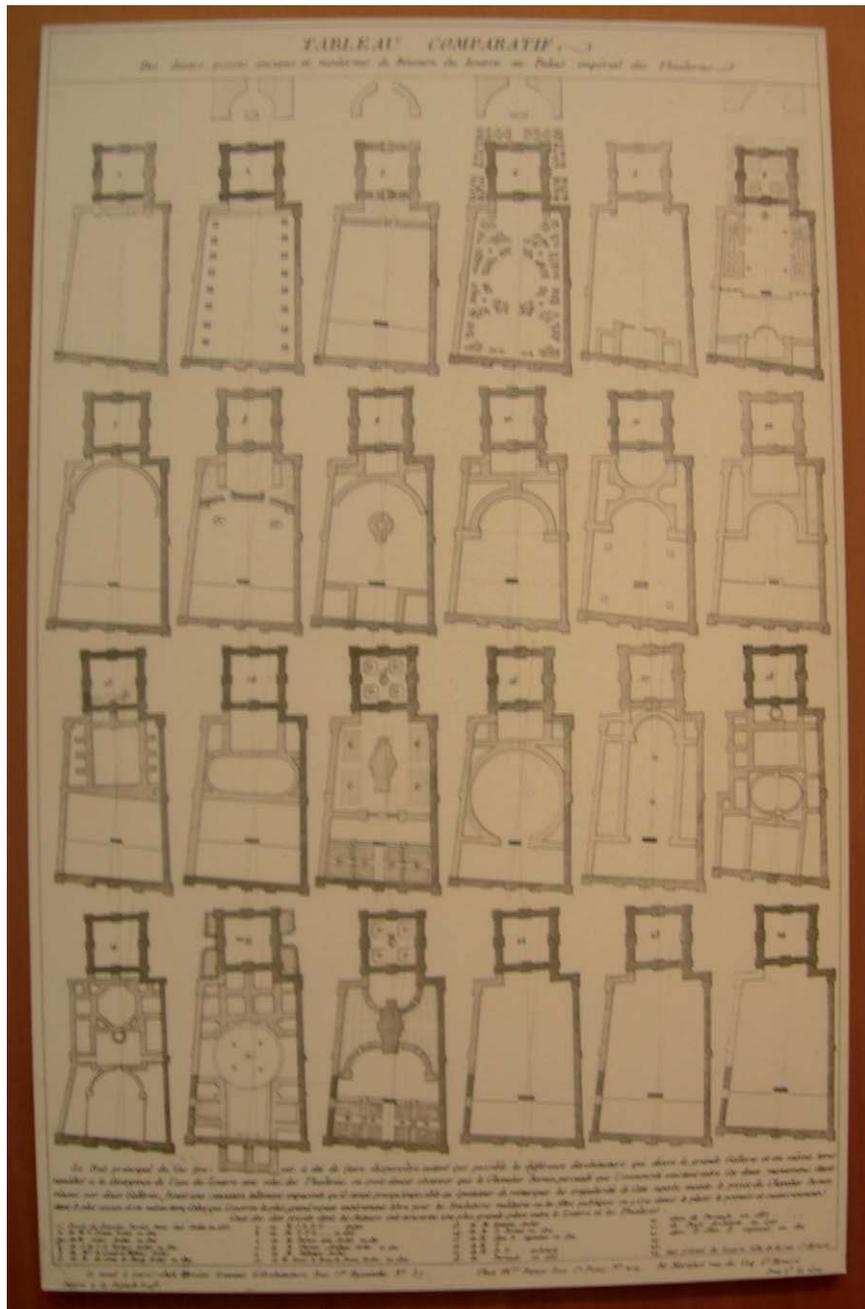
Cependant, elle apparaît relativement **tard** au cours de l'enfance.

# Intuitions pour la géométrie

Partant d'une capacité spécifique à percevoir l'angle dans les images visuelles, l'enfant élargit peu à peu son domaine de compétence à celui des angles entre surfaces, et développe également la capacité de calculer sur les angles.

Des traces de la dissociation précoce entre 2D et 3D chez l'adulte?

# Traces d'une dissociation entre angle 2D et 3D chez l'adulte?



# Merci!

Stanislas Dehaene  
Elizabeth S. Spelke  
Arlette Streri  
Pierre Pica  
Manuela Piazza  
Evan O'Donnell  
Coralie Sann  
Philippe Pinel  
Cathy Lemer

Lola de Hevia  
Aurélie Coubart  
Julien Marie  
Daniel Sutherland  
L'équipe Perception-Action du  
Laboratoire Psychologie de la  
Perception

Tous les participants, et leurs familles  
Maternité Aline de Crepy à l'hôpital  
Bichat, Laetitia de Lorgeril (Paris)  
Fundação do Índio, Andre Ramos  
(Brésil)

## **Financements**

European Research Council  
Fondation Fyssen  
INSERM, CNRS, NSF, NIH